Ze wzoru $P(k, n)$ znajdujemy $P(4, 2) = 0{,}5$ oraz $P(4, 3) = 0{,}1875$, a te wartości można natychmiast sprawdzić w powyższej tabeli, gdyż mamy osiem przebiegów o wielkości nie mniejszej niż 2, co daje prawdopodobieństwo $8/16 = 0{,}5$ oraz trzy przebiegi o wielkości nie mniejszej niż 3, co daje prawdopodobieństwo $3/16 = 0{,}1875$.

Stwierdziłem, że losowa sekwencja binarna powinna mieć przebiegi o długości większej, niż można by przewidywać w wymyślonej sekwencji. Istnieje jednak zastrzeżenie. Jednakowo poprawne obliczenia mówią, że średnio około jednej czwartej rzutów to na zmianę orzeł-reszka lub reszka-orzeł (Bloom [14]). Ale sekwencje ze zbyt wieloma pojedynczymi wynikami mają mniejszą liczbę przerw dostępnych dla długich przebiegów, więc gdzie leży niepowodzenie prawdziwej losowości: w rzadkości długich przebiegów wygranej czy w niedostatku pojedynczych wyników? Okazuje się, że te dwa wymogi są w istocie zgodne i możemy mieć jedną czwartą rzutów pojedynczych bez naruszenia występowania długich zbitek orłów lub reszek.

Jeśli zapytam o prawdopodobieństwo, że bezpośredni następca losowo wybranego orła w sekwencji rzutów jest także orłem, wiemy z niezależnych rzutów, że orzeł lub reszka pojawia się z jednakową częstotliwością. Teraz wprowadzę zagadkę, zaczerpniętą z trafnego artykułu Millera i Sanjurjo [54], w którym znajdujemy gościa imieniem Jack rzucającego wyważoną monetą, gdzie jest jednakowa szansa otrzymania orła lub reszki w każdym rzucie. Generuje on względnie krótką sekwencję takich rzutów, a potem patrzy na te, które dają reszkę. Na przykład jeśli mamy RORO, to R następuje po O, podczas gdy w OORO orzeł następuje raz po orle i raz po reszcze. Rzuty, które natychmiast dają orła w przebiegu o długości jeden, muszą być reszką. Oczekuje się znaczącej liczby takich pojedynczych wyników, jakie właśnie odnotowano. Dla przebiegów orłów o długości dwa orzeł następuje po orle tylko raz, raz reszka i tak przez dłuższe przebiegi (ale także rzadsze). To prowadzi do nadreprezentacji reszek następujących po krótkich przebiegach. Niemniej nasz rzucający oczekuje, że proporcja orłów następujących po orłach pozostanie ½. Miller i Sanjurjo napisali: „szokujące jest, że Jack się myli, gdyż średnia proporcja orłów wynosi mniej niż ½".

Aby odszyfrować, co się dzieje, obliczmy odsetek orłów, które następują po orłach, czyli procent OO, a inaczej średnią OO, która jest ułamkiem OO wśród wszystkich rzutów, które mają orła w danej sekwencji rzutów. Ignorujemy sekwencje bez O oraz z pojedynczymi O na ostatnim miejscu, gdyż w tych przypadkach nie ma możliwości zajścia OO. Tak więc na przykład w sekwencji ORRO nie ma OO (zero procent), podczas gdy w OORR jest jedno OO wśród dwóch orłów (średnia ½, czyli 50%). Przy n rzutach jest 2^n możliwych sekwencji, a wszystkie mają to samo prawdopodobieństwo wystąpienia, gdyż moneta jest uczciwa. Dla każdego z tych przypadków można obliczyć procent OO. Dzieląc przez $n - 2$ (jak wcześniej podano, wyłączamy sekwencje z samymi reszkami oraz tę z jednym orłem na ostatnim miejscu), otrzymujemy średnią liczbę orłów, które następują po orle, szacowane prawdopodobieństwo OO. Cała procedura jest równoznaczna z rzutami uczciwą monetą n razy, obliczaniem średniej OO, a następnie powtarzaniem tej procedury wiele razy. Jeśli n jest dostatecznie duże, każdych 2^n sekwencji pojawi się z grubsza równą liczbę razy. Tworząc średnią z próby na podstawie pojedynczych średnich, można, podobnie jak poprzednio, otrzymać przybliżone prawdopodobieństwo OO. Niestety to prawdopodobieństwo będzie mniejsze niż ½. Coś jest bardzo nie tak, gdyż *wiemy*, że w niezależnych rzutach uczciwą monetą O lub R następuje po O z równym prawdopodobieństwem.

Zagadka ta może zostać zilustrowana prostym przykładem, gdzie rozważamy przypadek trzech rzutów prowadzących do ośmiu możliwych sekwencji. W poniższej tabeli widzimy tych 8 sekwencji, po których następuje druga kolumna, według liczby rzutów następujących po orle. Trzecia kolumna zawiera proporcje częstotliwości OO, czyli średnią OO wśród rzutów zapisanych w drugiej kolumnie. Wartość oczekiwana, czyli proporcja pojedynczych częstotliwości 2 + ½ podzielona przez 6 spełniających warunki sekwencji, jest równa $\frac{5}{12}$ = 0,416, a to jest mniej niż 0,5.