

co oznacza, że

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \sqrt{3}/2 \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} + 1/2 \begin{bmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$$

Prawdopodobieństwo otrzymania N po dokonaniu pomiaru w kierunku  $60^\circ$  wynosi  $(\sqrt{3}/2)^2 = 3/4$ .

## Model matematyczny dla polaryzacji fotonu

W tej książce w większości skupiamy uwagę na mierzeniu spinu elektronów. Tylko w pierwszym rozdziale wspomnieliśmy, że moglibyśmy wszystko przedstawić, używając terminologii polaryzacji fotonu. W następnych kilku częściach przybliżymy analogię między spinem elektronu a polaryzacją fotonu i opiszemy matematyczny model polaryzacji.

Zacznijmy od powiązania kąta  $0^\circ$  z filtrem polaryzującym w kierunku pionowym, to znaczy takim, który przepuszcza fotony spolaryzowane pionowo. Fotony spolaryzowane poziomo są przez niego pochłaniane. Tak jak to miało miejsce w przypadku spinu elektronów, wiążemy bazę standardową  $\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right)$  z kątem  $0^\circ$ . Wektor  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  odpowiada fotonowi spolaryzowanemu pionowo, wektor  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  – fotonowi spolaryzowanemu poziomo.

Obróćmy filtr o kąt  $\beta^\circ$ . Teraz przepuszcza on fotony, które są spolaryzowane w kierunku  $\beta^\circ$ , a pochłania fotony, które są spolaryzowane w kierunku prostopadłym do kierunku  $\beta^\circ$ .

Model matematyczny jest skonstruowany podobnie do modelu opisującego spin elektronu. Dla każdego kierunku istnieje uporządkowana baza ortonormalna  $(|b_1\rangle, |b_2\rangle)$  odpowiadająca dokonaniu pomiaru polaryzacji w tym kierunku. Ket  $|b_1\rangle$  odpowiada fotonowi spolaryzowanemu w zadanym kierunku, czyli takiemu, który przechodzi przez filtr. Ket  $|b_2\rangle$  odpowiada fotonowi polaryzowanemu prostopadle do zadanego kierunku, czyli takiemu, który zostaje pochłonięty przez filtr.

Foton posiada stan polaryzacji zadany przez ket  $|v\rangle$ . Ket ten może zostać przedstawiony w postaci kombinacji liniowej wektorów bazowych:  $|v\rangle = d_1|b_1\rangle + d_2|b_2\rangle$ .

Kiedy zachodzi pomiar polaryzacji w kierunku zadanym przez uporządkowaną bazę, z prawdopodobieństwem  $d_1^2$  zajdzie przypadek, w którym

foton jest spolaryzowany w zadanym kierunku, zaś z prawdopodobieństwem  $d_2^2$  zajdzie przypadek, w którym foton jest spolaryzowany w kierunku prostopadłym do zadanego. Oznacza to, że z prawdopodobieństwem  $d_1^2$  foton zostaje przepuszczony przez filtr, zaś z prawdopodobieństwem  $d_2^2$  zostanie pochłonięty.

Jeśli rezultatem pomiaru jest polaryzacja fotonu w kierunku zadanym, tzn. przejście fotonu przez filtr, to stan fotonu zmienia się na  $|b_1\rangle$ .

## Baza odpowiadająca danemu kierunkowi polaryzacji

Przypomnijmy sobie, że jeśli początkową standardową bazę  $\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right)$  ob-

rócimy o kąt  $\alpha$ , otrzymamy nową bazę ortonormalną  $\left(\begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ -\sin(\alpha) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \end{bmatrix}\right)$ .

Przypomnijmy także, że obrót o kąt  $90^\circ$  sprawia, że wracamy znów do bazy początkowej, z tą jedynie różnicą, że elementy bazy zamieniają się miejscami.

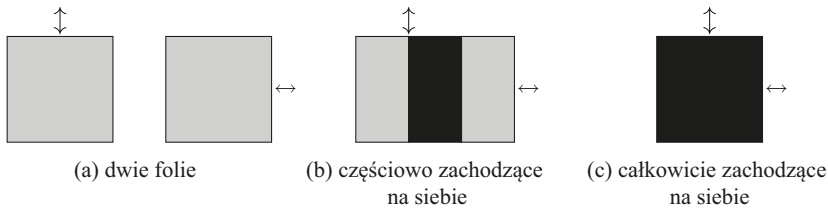
Rozważmy teraz obrót filtra polaryzacyjnego o kąt  $\beta$ . Gdy  $\beta$  jest równe  $0^\circ$ , pomiary dokonywane są w kierunkach pionowym i poziomym. Fotony spolaryzowane pionowo przechodzą przez filtr, fotony spolaryzowane poziomo są pochłaniane. Kiedy  $\beta$  osiągnie  $90^\circ$ , pomiary znowu będą dokonywane w kierunkach poziomym i pionowym, ale tym razem fotony spolaryzowane poziomo będą przechodziły przez filtr, a fotony spolaryzowane pionowo ulegną absorpcji. W tym przypadku  $\beta = 90^\circ$  odpowiada  $\alpha = 90^\circ$ , uogólniając, możemy przyjąć, że  $\alpha = \beta$ .

Wnioskujemy, że uporządkowana baza ortonormalna opisująca obrót spolaryzowanego filtra o kąt  $\beta$  równa jest  $\left(\begin{bmatrix} \cos(\beta) \\ -\sin(\beta) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sin(\beta) \\ \cos(\beta) \end{bmatrix}\right)$ .

## Eksperymenty z filtrami polaryzacyjnymi

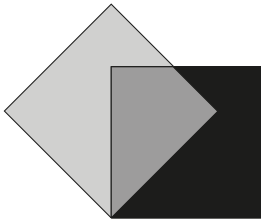
Powyższego modelu można użyć do opisu eksperymentów, które przytoczyliśmy w pierwszym rozdziale.

W pierwszym eksperymencie używaliśmy dwóch kwadratów folii polaryzacyjnej. Jeden z nich mierzył polaryzację w kierunku  $0^\circ$ , drugi w kierunku  $90^\circ$ . Żadne światło nie przechodzi przez powierzchnię, na której oba filtry zachodzą na siebie – tak jak to widać na rysunku 3.4.



**Rysunek 3.4.**

Dwa filtry polaryzacyjne



**Rysunek 3.5.**

Trzy filtry polaryzacyjne

Baza powiązana z  $0^\circ$  to standardowa baza ortonormalna. Baza dla  $90^\circ$  jest taka sama, z tym że kolejność elementów zostaje odwrócona. Foton, który przejdzie przez pierwszy filtr, zostaje zmierzony – jest spolaryzowany pionowo – i jest teraz w stanie  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ . Następnie wykonujemy pomiar za pomocą drugiego filtry. Drugi filtr przepuszcza fotony o wektorze stanu  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ , a pochłania fotony o wektorze stanu  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ . Zatem każdy foton, który przejdzie przez pierwszy filtr, zostanie pochłonięty przez drugi filtr.

W eksperymencie z trzema filtrami dwa pierwsze filtry są ułożone tak, jak poprzednio. Trzeci filtr obracamy o  $45^\circ$  i wsuwamy między dwa pierwsze filtry. Część światła przechodzi przez powierzchnię, na której wszystkie trzy filtry zachodzą na siebie. Sytuacja ta została zilustrowana na rysunku 3.5.

Bazy uporządkowane dla wszystkich trzech filtrów to:  $\left( \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$ ,  $\left( \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -\sqrt{2} \end{bmatrix} \right)$  oraz  $\left( \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$ . Foton, który przechodzi przez wszystkie filtry, będzie poddany trzem pomiaram. Fotony przechodzące przez pierwszy filtr mają stan  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ .

Drugi pomiar polega na przejściu przez filtr obrócony o  $45^\circ$ . Stan fotonu musimy rozpisać z użyciem odpowiedniej bazy.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ -1 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ 1 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Prawdopodobieństwo, że foton przejdzie przez drugi filtr po przejściu przez pierwszy, wynosi  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$ . Zatem połowa fotonów, które przejdą przez pierwszy filtr, przechodzi przez filtr drugi. Te fotony znajdują się teraz w stanie  $\begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ -1 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix}$ .

Przejście przez trzeci filtr odpowiada dokonaniu pomiaru z wykorzystaniem trzeciej bazy. Rozpisujemy więc stan fotonu z użyciem tej bazy.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ -1 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Trzeci filtr przepuszcza fotony o stanie  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ . Prawdopodobieństwo, że foton po dokonaniu pomiaru będzie w tym stanie, wynosi  $\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$ . Zatem połowa fotonów, które przeszły przez drugi filtr, przejdzie także przez trzeci filtr.

Pokazaliśmy zatem, jak model matematyczny opisuje spin elektronu i polaryzację fotonu. Ten model jest też dokładnie tym, czego potrzeba do opisu kubitów.

## Kubity

Wartość bitu klasycznego wynosi albo 0, albo 1. Bit może być reprezentowany przez wszystko, co może znajdować się w dwóch wzajemnie wykluczających się stanach (inaczej mówiąc, bit może w jednej chwili przyjąć tylko jeden z dwóch stanów). Standardowym przykładem jest dwustanowy przełącznik. W konstrukcji klasycznych komputerów pomiar bitów nie