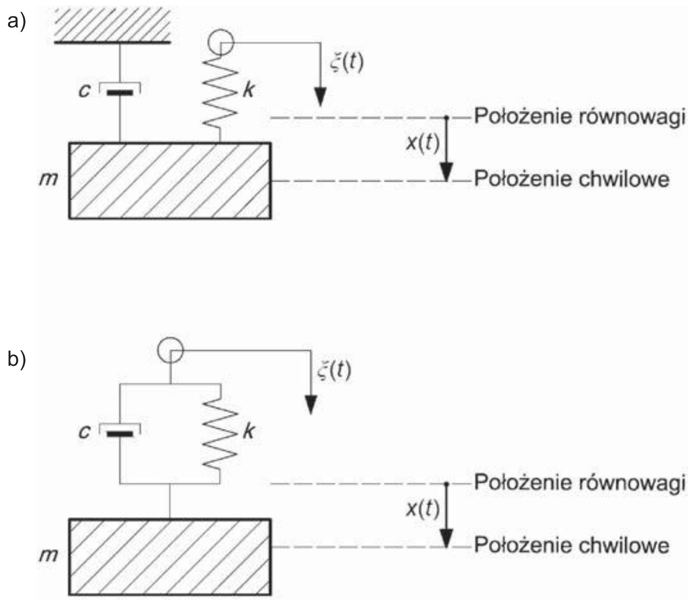

Rys. 3.16. Dwa przypadki wymuszenia kinematycznego układu o jednym stopniu swobody

– przypadek 2 (rys. 3.16b)

$$m\ddot{x}(t)+c\left[\dot{x}(t)-\dot{\xi}(t)\right]+k\left[x(t)-\xi(t)\right]=0 \tag{3.94}$$

lub

$$\ddot{\eta}(t)+2\gamma\omega_o\dot{\eta}(t)+\omega_o^2\eta(t)=-\ddot{\xi}(t)$$

$$x(t)=\xi(t)+\mathrm{e}^{-\gamma\omega_o t}\left[x_o\left(\cos\omega t+\gamma\frac{\omega_o}{\omega}\sin\omega t\right)+\frac{v_o}{\omega}\sin\omega t\right]-$$

$$-\frac{1}{\omega}\int_o^t\ddot{\xi}(\tau)\cdot\mathrm{e}^{-\gamma\omega_o(t-\tau)}\cdot\sin\left[\omega(t-\tau)\right]\mathrm{d}\tau \tag{3.95}$$

Szczególne przypadki wymuszenia siłowego

Wymuszenie harmonicznie zmienne w czasie

W przypadku harmonicznej siły wymuszającej $F(t)=P\sin(\theta t+\lambda)$, gdzie: θ – częstość kołowa wymuszenia, λ – kąt przesunięcia fazowego wymuszenia, równanie ruchu rozważanego układu ma postać

$$\ddot{x}+2\gamma\omega_o\dot{x}+\omega_o^2x=\frac{P}{m}\sin(\theta t+\lambda) \tag{3.96}$$

Odpowiedź ogólna układu w dalszym ciągu ma dwie stałe całkowania oraz składa się z dwóch członów: rozwiązania równania jednorodnego $x_h(t)$ i rozwiązania szczególnego $x_p(t)$ przy wymuszeniu harmonicznym. Zatem, pełne rozwiązanie w tym przypadku, gdy tłumienie drgań jest mniejsze od tłumienia krytycznego, ma postać

$$x(t) = Ce^{-\gamma\omega_o t}\cos\left(\sqrt{1-\gamma^2}\,\omega_o t + \psi\right) + \frac{P/k}{\sqrt{\left[1-(\theta/\omega_o)^2\right]^2 + \left[2\gamma(\theta/\omega_o)\right]^2}}\sin(\theta t + \lambda + \varepsilon) \tag{3.97}$$

gdzie: C i ψ – stałe, które powinny być wyznaczone z warunków początkowych, ε – kąt przesunięcia fazowego odpowiedzi względem wymuszenia dla rozwiązania ustalonego (rys. 3.17b), przy czym

$$\tan\varepsilon = -\frac{2\gamma\dfrac{\theta}{\omega_o}}{1-\left(\dfrac{\theta}{\omega_o}\right)^2} \tag{3.98}$$

Zauważmy, że odpowiedź układu składa się z odpowiedzi przejściowej, która zanika z czasem, i odpowiedzi ustalonej, która nie zanika z czasem.

Amplitudę odpowiedzi w stanie ustalonym A_0 można wyrazić wzorem

$$A_0 = \frac{P}{k}\cdot\frac{1}{\sqrt{\left[1-\left(\dfrac{\theta}{\omega_o}\right)^2\right]^2 + \left[2\gamma\dfrac{\theta}{\omega_o}\right]^2}} = \frac{P}{k}\cdot\beta \tag{3.99}$$

gdzie β – tzw. współczynnik wzmocnienia lub współczynnik dynamiczny, przedstawiony na rys. 3.17a.

Siła $W(t)$ działająca na konstrukcję wsporczą w stanie ustalonym wynosi

$$W(t) = kx(t) + c\dot{x}(t) = W\sin(\theta t + \varphi) \tag{3.100}$$

przy czym amplitudę W tej siły określa wzór

$$W = P\cdot\frac{\sqrt{1+\left(2\gamma\dfrac{\theta}{\omega_o}\right)^2}}{\sqrt{\left[1-\left(\dfrac{\theta}{\omega_o}\right)^2\right]^2 + \left(2\gamma\dfrac{\theta}{\omega_o}\right)^2}} = P\cdot\beta_W \tag{3.101}$$

gdzie: $\beta_W = W/P$ – współczynnik wzmocnienia/dynamiczny dla siły $W(t)$ (rys. 3.18), a dodatkowy kąt przesunięcia fazowego φ wynosi w tym przypadku

$$\varphi = \lambda + \varepsilon + \tan^{-1}\left(2\gamma\frac{\theta}{\omega_o}\right) \tag{3.102}$$