1

Informacje podstawowe

Pierwszy rozdział poświęcony jest wprowadzeniu kluczowych pojęć teorii aproksymacji, które będą wielokrotnie pojawiać się w zadaniach tego zbioru i których znajomość jest konieczna do zrozumienia dalszej części. Podamy również pewną niewielką liczbę niezbędnych oznaczeń, które będą obowiązywać w kolejnych rozdziałach tej książki. Inne potrzebne pojęcia i oznaczenia będą wprowadzane w tych rozdziałach, w których będą obowiązywać. Teoria aproksymacji jest dziedziną, która jest ściśle związana z innymi działami matematyki i dlatego będą nam potrzebne również pewne podstawowe informacje z analizy matematycznej, funkcjonalnej i zespolonej. W celu usystematyzowania potrzebnej wiedzy, podajemy w tym rozdziale kilka twierdzeń z tych dziedzin. Nie będziemy ich dowodzić, ale dowody można bez problemu znaleźć w klasycznej literaturze. Nie ma potrzeby dogłębnego ich studiowania przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań, gdyż na początku każdego rozdziału podajemy informacje o tym, które twierdzenia mogą okazać się użyteczne. Oprócz tego, pewne dodatkowe twierdzenia podajemy już w konkretnych rozdziałach.

Zbiór liczb naturalnych, rozumiany w tym wypadku jako zbiór liczb całkowitych dodatnich będziemy oznaczać przez $\mathbb{N}$. Zbiór liczb całkowitych nieujemnych będziemy oznaczać jako $\mathbb{N}_0$. Symbol $\mathbb{Z}$ oznacza natomiast zbiór wszystkich liczb całkowitych.

Przestrzenie metryczne

Aby mówić o aproksymowaniu, czyli przybliżaniu pewnych obiektów, musimy mieć możliwość mierzenia odległości. Pojęcia teorii aproksymacji mają więc sens tylko w sytuacji, gdy dysponujemy co najmniej metryką, czyli w tak zwanych przestrzeniach metrycznych. Jeżeli X jest niepustym zbiorem, to funkcję $d : X \times X \to \mathbb{R}$ nazywamy *metryką* w (lub na) X, gdy spełnione są warunki:

(a) $d(x,y) \geqslant 0$ dla dowolnych $x, y \in X$, a równość $d(x,y) = 0$ zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy $x = y$.